

---

## РАДИОТЕХНИЧНИ КОЛА ТА СИГНАЛИ

---

УДК 621.372.062:621.316.722

### АНАЛИЗ ЛИНЕЙНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ПЕРЕКЛЮЧАЮЩИМИСЯ КОНДЕНСАТОРАМИ КОМПАКТНЫМ МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ ПРИПАСОВЫВАНИЯ

*Артеменко М.Е.<sup>1</sup>, д. т. н., профессор,**Рыбин А.И.<sup>2</sup>, д. т. н., профессор,**Кумсия М.С.<sup>2</sup>, аспирант**<sup>1</sup>Государственный университет информационно-коммуникационных технологий, г. Киев, Украина**<sup>2</sup>Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт" г. Киев, Украина*

#### Введение

Для анализа линейно-параметрических цепей с переключающимися конденсаторами в работе [1] предложен компактный модифицированный метод припасовывания, который позволяет непосредственно получить матричные коэффициенты разностных уравнений SC-фильтра из матрицы уравнения состояния ARC - прототипа для самой распространенной SC-схемы замещения резисторов. В работе [2] этот метод получил дальнейшее развитие в результате определения класса схем аналоговых ARC-прототипов, к которому компактный модифицированный метод припасовывания применим, и алгоритма формирования уравнения состояния ARC-прототипа по таблице включения его элементов. Важным вопросом, рассматриваемым в данной статье, является разработка формализованного математического аппарата формирования разностных уравнений SC-фильтра для всех конденсаторно-ключевых схем замещения резисторов.

1. Формализованное описание конденсаторно-ключевых схем замещения резисторов

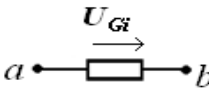
Пусть схема аналогового ARC-прототипа SC-фильтра содержит  $n+2$  узла, причем узел  $0'$  является общим, узел  $0$  - входным,  $n$  - выходным. Между узлами  $0$  и  $0'$  включен источник напряжения  $E$ . Первые  $m$  номеров, которые образуют множество  $M$ , присвоим узлам, соединенным с обкладками  $m$  соответствующих конденсаторов множества  $C$  и не связанным с выходами операционных усилителей (ОУ). Оставшиеся  $u = n - m$  номеров узлов, которые образуют множество  $N$ , зарезервируем для подключения выходов ОУ, образующих множество  $A$ , и других элементов. При этом предполагается, что другие  $u$  выводов зависимых источников напряжения ОУ подключены к узлу  $0'$ , множество  $u$  управляющих разомкнутых ветвей ОУ

обозначено  $V$ , множество  $r$  проводимостей обозначено  $G$ . Тогда может быть сформирована таблица включения элементов между узлами схемы ARC-прототипа (рис.1), в блоках которой располагаются топологические подматрицы, состоящие из элементов 1,0,-1, а каждый из резистивных элементов  $G_i$  ARC-прототипа, включенный между узлами  $a$  и  $b$ , вносится в таблицу включения элементов в соответствии с табл.1.

		M	N	
	0	1 2...m	m+1...n	0'
E	1	0	0	-1
C	$d_C$	$D_{CM}$	$D_{CN}$	$d_0$
V	0	$D_{VM}$	$D_{VN}$	
A	0	$D_{AM}$	$D_{AN}$	
G	$d_G$	$D_{GM}$	$D_{GN}$	

Рис.1. Таблица включения элементов ARC-прототипа

Таблица 1

ЭЛЕМЕНТ	ЭКВИВАЛЕНТНАЯ СХЕМА	ЗАПОЛНЕНИЕ МАТРИЦЫ D				
резистор ARC-прототипа		<table><tr><td><math>a</math></td><td><math>b</math></td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td></tr></table>	$a$	$b$	1	-1
$a$	$b$					
1	-1					

Базовыми элементами SC-схем является система противофазно ключей, управляемых с периодом  $T=1/f_T$  (рис.2а), которую условно обозначают графическим символом на рис.2б.

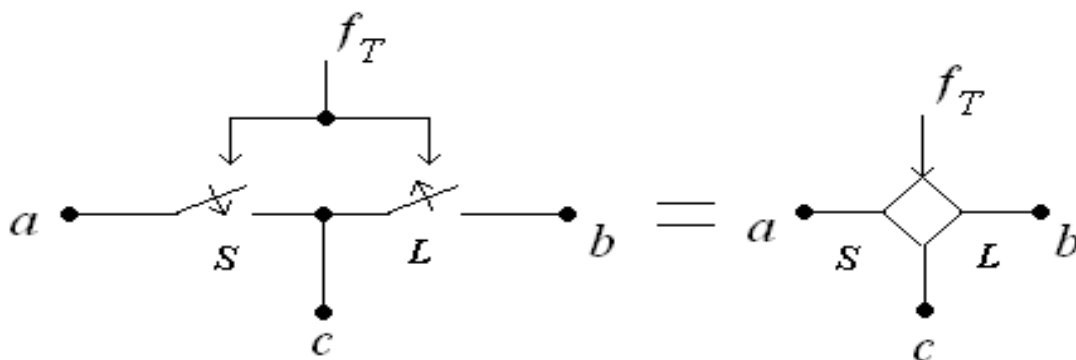


Рис.2. Система противофазно управляемых ключей

Далее будем считать, что все ключи приведенных SC- цепей подключаются и отключаются одной и той же тактовой частотой  $f_T$ , что приводит

к наличию двух состояний цепи – фаза  $S$ , когда замкнуты все ключи  $S$  и разомкнуты все ключи  $L$ , и фаза  $L$ , когда замкнуты все ключи  $L$  и разомкнуты все ключи  $S$ .

Схемы, имитирующие резистор  $G_i$  ключами рис.2 с конденсатором  $C'_i$ , приведены на рис.3 [3].

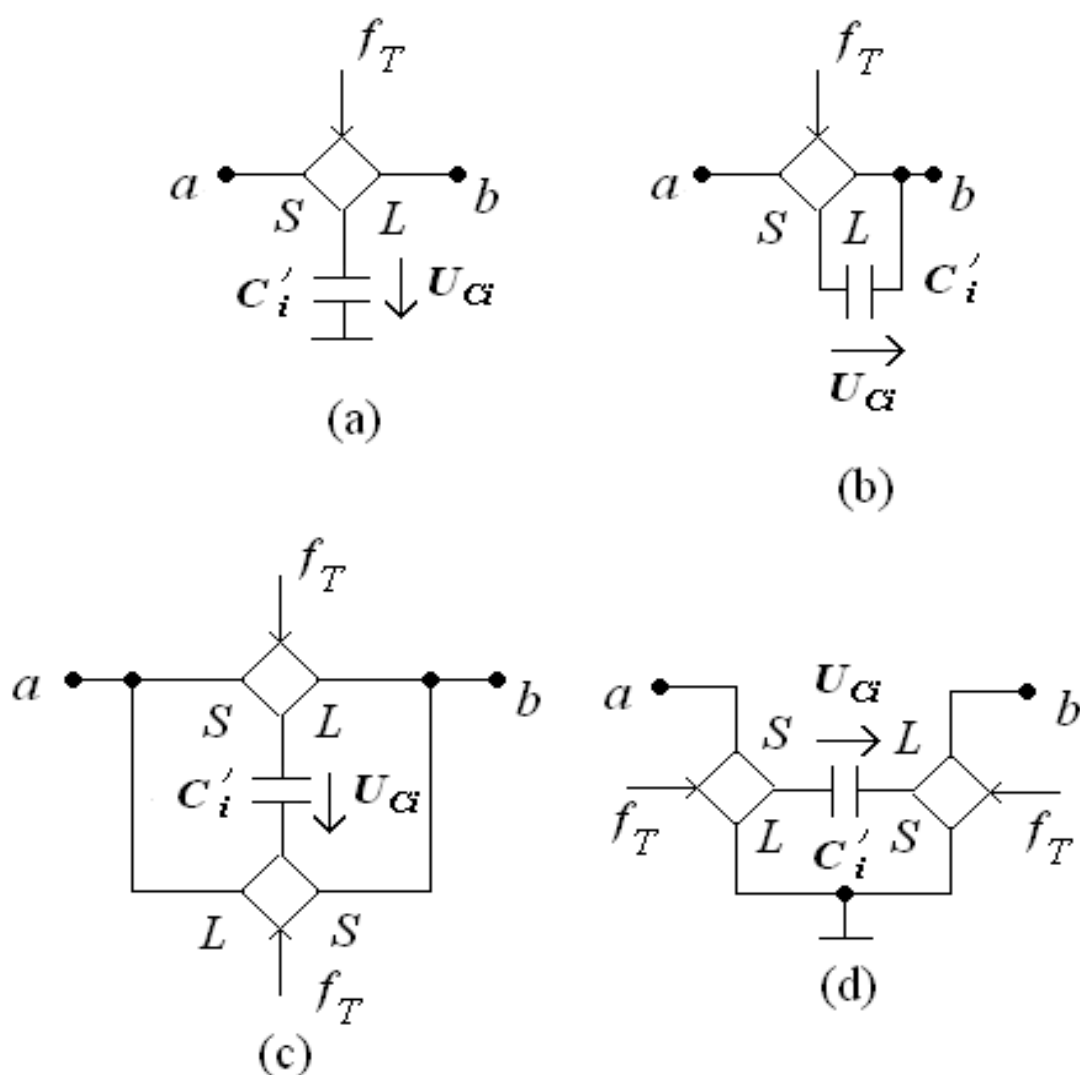
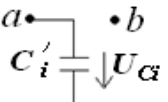
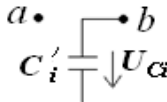
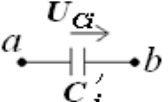

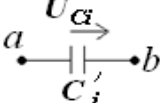
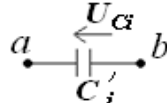
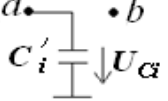
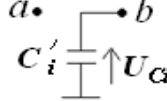


Рис.3. Конденсаторно-ключевые эквиваленты резисторов

Проанализировав эквивалентные схемы подключения вспомогательных конденсаторов в фазах  $S$  и  $L$ , заполняем фрагменты топологических матриц подключения  $C'_i$ , приведенные в табл.2.

Таблица 2

SC-ЭКВИВАЛЕНТ РЕЗИСТОРА	ЭКВИВАЛЕНТНАЯ СХЕМА		ЗАПОЛНЕНИЕ МАТРИЦЫ D	
	фаза S	фаза L	фаза S	фаза L
СХЕМА 1 (РИС.3а)			$\begin{bmatrix} a & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
СХЕМА 2 (РИС.3б)			$\begin{bmatrix} a & b \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
СХЕМА 3 (РИС.3в)			$\begin{bmatrix} a & b \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & b \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
СХЕМА 4 (РИС.3д)			$\begin{bmatrix} a & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Введем матричную функцию матричного аргумента  $\mathbf{Y} = Ed(\mathbf{X})$  следующим соотношением

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, x_{ij} = 1; \\ 0, x_{ij} \neq 1, \end{cases}$$

тогда матрицы включения вспомогательных конденсаторов для различных фаз и схем эквивалентов резистора могут быть выражены через матрицу прототипа следующим соотношениями

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_G &= [\mathbf{d}_G : \mathbf{D}_{GM} : \mathbf{D}_{GN}] \\ \mathbf{D}_1^S &= Ed(\mathbf{D}_G), \mathbf{D}_1^L = Ed(-\mathbf{D}_G); \\ \mathbf{D}_2^S &= \mathbf{D}_G, \mathbf{D}_2^L = \mathbf{0}; \\ \mathbf{D}_3^S &= \mathbf{D}_G, \mathbf{D}_3^L = -\mathbf{D}_G; \\ \mathbf{D}_4^S &= Ed(\mathbf{D}_G), \mathbf{D}_4^L = -Ed(-\mathbf{D}_G). \end{aligned} \quad (1)$$

В обозначениях топологических матриц в формулах (1) верхний индекс указывает фазу, нижний – номер схемы замещения из табл. 2. Каждая пара матриц, соответствующая определенному виду схемы замещения резисторов, характеризует таблицы включения элементов для обеих фаз SC-цепи. В дальнейшем при выводе обобщенных разностных уравнений SC-цепей нижние индексы будем опускать.

### **Формирование разностных уравнений SC-цепей на основе таблицы включения элементов ARC-прототипа**

Выведем расчетные соотношения, устанавливающие непосредственную связь между матричными коэффициентами разностных уравнений SC-фильтра при различных схемах замещения резисторов на основе таблицы включения элементов ARC-прототипа при следующих допущениях.

1. Схема соединения и параметры конденсаторов и операционных усилителей SC-фильтра полностью соответствуют ARC-прототипу, при этом заимствованные конденсаторы назовем основными, а каждый резистивный элемент прототипа проводимостью  $G_i$  реализуются одной из приведенных на рис.3 схем SC-эквивалентов.

2. Обмен энергией между основными и вспомогательными конденсаторами SC-фильтра происходит мгновенно по обобщенному закону коммутации с сохранением зарядов в узлах цепи, образовавшейся после коммутации.

На основании результатов работы [2] алгебраические условия формирования уравнений состояния ARC-прототипа и условия применимости компактного модифицированного метода припасовывания составляют систему

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{D}_{AM} = \mathbf{0}; \\ \mathbf{D}_{AN} = \mathbf{I}; \\ \det[\mathbf{D}_{CM}] \neq 0; \\ \det[\mathbf{D}] = \det \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{CM} & \mathbf{D}_{CN} \\ \mathbf{D}_{VM} & \mathbf{D}_{VN} \end{bmatrix} \neq 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

а вектор независимых потенциалов выражается через напряжения конденсаторов и источника следующим образом

$$\Phi = \mathbf{D}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{M}(\mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E), \quad (3)$$

где  $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} [\mathbf{D}^{-1}]_{MM} \\ [\mathbf{D}^{-1}]_{NM} \end{bmatrix}.$

Через полученные матрицы  $\mathbf{D}^S$  и  $\mathbf{D}^L$  могут быть выражены уравнения для токов и напряжений вспомогательных конденсаторов.

По первому закону Кирхгофа в матричной форме записи для узлов множества  $M$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{\text{CM}}^T \mathbf{I}_C + (\mathbf{D}_M^L)^T \mathbf{I}_{C'} &= \mathbf{0}; \frac{t}{T} = k + 0.5, \\ \mathbf{D}_{\text{CM}}^T \mathbf{I}_C + (\mathbf{D}_M^S)^T \mathbf{I}_{C'} &= \mathbf{0}; \frac{t}{T} = k + 1. \end{aligned} \quad (4)$$

В силу второго допущения для узлов, фигурирующих в уравнении (4), при переходе через временные точки коммутации выполняется закона сохранения заряда

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{\text{CM}}^T \Delta \mathbf{q}_{k+0.5} + (\mathbf{D}_M^L)^T \Delta \mathbf{q}'_{k+0.5} &= \mathbf{0}; \\ \mathbf{D}_{\text{CM}}^T \Delta \mathbf{q}_{k+1} + (\mathbf{D}_M^S)^T \Delta \mathbf{q}'_{k+1} &= \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\Delta \mathbf{q}_k, \Delta \mathbf{q}'_k$  – приращения зарядов основных и вспомогательных конденсаторов в соответствующих временных точках.

Введем  $\mathbf{B}^+ = (\mathbf{D}_{\text{CM}}^T)^{-1} (\mathbf{D}_M^S)^T$ ;  $\mathbf{B}^- = (\mathbf{D}_{\text{CM}}^T)^{-1} (\mathbf{D}_M^L)^T$ , тогда с учетом компонентных уравнений  $\mathbf{q} = \mathbf{C} \mathbf{U}_C$ ;  $\mathbf{q}' = \mathbf{C}' \mathbf{U}'_C$ , где  $\mathbf{C}, \mathbf{C}'$  – диагональные матрицы параметров емкостей соответствующих конденсаторов, уравнения (5) представляются так

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(\mathbf{U}_{k+0.5} - \mathbf{U}_k) + \mathbf{B}^- \mathbf{C}'(\mathbf{U}'_{k+0.5} - \mathbf{U}'_k) &= \mathbf{0}; \\ \mathbf{C}(\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{U}_{k+0.5}) + \mathbf{B}^+ \mathbf{C}'(\mathbf{U}'_{k+1} - \mathbf{U}'_{k+0.5}) &= \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\mathbf{U}_k = \mathbf{U}_C(kT + 0); \mathbf{U}'_k = \mathbf{U}'_C(kT + 0).$$

Напряжения на вспомогательных конденсаторах могут быть выражены через вектор узловых потенциалов и далее через вектор переменных состояния и напряжение входного источника в каждом из интервалов периода коммутации

$$\mathbf{U}'_C = \mathbf{D}_\phi^S \boldsymbol{\phi} + \mathbf{d}_E^S E = \mathbf{D}_\phi^S \mathbf{M}(\mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E) + \mathbf{d}_E^S E = \mathbf{P}^+ (\mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E) + \mathbf{d}_E^S E; k < \frac{t}{T} < k + 0.5; \quad (7)$$

$$\mathbf{U}'_C = \mathbf{D}_\phi^L \boldsymbol{\phi} + \mathbf{d}_E^L E = \mathbf{D}_\phi^L \mathbf{M}(\mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E) + \mathbf{d}_E^L E = \mathbf{P}^- (\mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E) + \mathbf{d}_E^L E; k + 0.5 < \frac{t}{T} < k + 1,$$

где  $\mathbf{P}^+ = \mathbf{D}_\phi^S \mathbf{M}$ ;  $\mathbf{P}^- = \mathbf{D}_\phi^L \mathbf{M}$ .

Подстановка значений векторов  $\mathbf{U}'_C$  системы (7) в уравнения (6) позволяет получить систему разностных уравнений относительно вектора переменных состояния

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{k+0.5} + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C}' \mathbf{P}^- (\mathbf{U}_{k+0.5} - \mathbf{d}_C E_{k+0.5}) + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{d}_E^L E_{k+0.5} &= \mathbf{U}_k + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C}' \mathbf{P}^+ (\mathbf{U}_k - \mathbf{d}_C E_k) + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{d}_E^S E_k; \\ \mathbf{U}_{k+1} + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C}' \mathbf{P}^+ (\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{d}_C E_{k+1}) + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{d}_E^S E_{k+1} &= \mathbf{U}_{k+0.5} + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C}' \mathbf{P}^- (\mathbf{U}_{k+0.5} - \mathbf{d}_C E_{k+0.5}) + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{d}_E^L E_{k+0.5}. \end{aligned} \quad (8)$$

Обозначим  $\mathbf{L}_0 = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}^-$ ;  $\mathbf{L}_1 = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}^+$ ;  $\mathbf{R}_0 = \mathbf{C}' \mathbf{P}^-$ ;  $\mathbf{R}_1 = \mathbf{C}' \mathbf{P}^+$ , и найдем матрицы

$$\mathbf{F}_{00} = \mathbf{L}_0 \mathbf{R}_0; \mathbf{F}_{01} = \mathbf{L}_0 \mathbf{R}_1; \mathbf{F}_{11} = \mathbf{L}_1 \mathbf{R}_1; \mathbf{F}_{10} = \mathbf{L}_1 \mathbf{R}_0 \quad \text{и векторы}$$

$$\mathbf{f}_{00} = \mathbf{L}_0 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^L - \mathbf{F}_{00} \mathbf{d}_C; \mathbf{f}_{01} = \mathbf{L}_0 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^S - \mathbf{F}_{01} \mathbf{d}_C;$$

$$\mathbf{f}_{11} = \mathbf{L}_1 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^S - \mathbf{F}_{11} \mathbf{d}_C; \mathbf{f}_{10} = \mathbf{L}_1 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^L - \mathbf{F}_{10} \mathbf{d}_C, \text{ тогда система (8) приобретает компактный вид}$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{00})\mathbf{U}_{k+0.5} + \mathbf{f}_{00}E_{k+0.5} &= (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{01})\mathbf{U}_k + \mathbf{f}_{01}E_k; \\ (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{11})\mathbf{U}_{k+1} + \mathbf{f}_{11}E_{k+1} &= (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{10})\mathbf{U}_{k+0.5} + \mathbf{f}_{10}E_{k+0.5}. \end{aligned} \quad (9)$$

Пример расчета матричных коэффициентов разностных уравнений  
Для схемы ARC-прототипа ФВЧ второго порядка [4] на рис. 4а с таблицей включения элементов

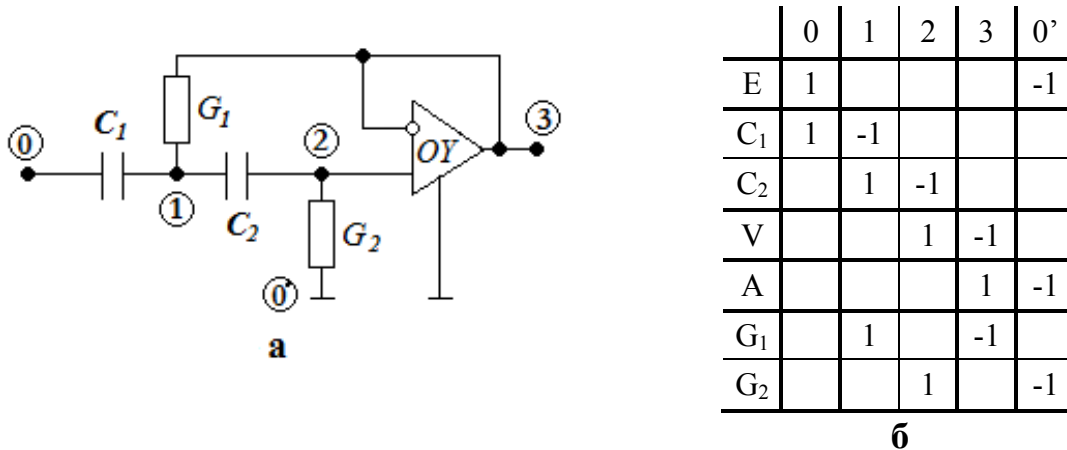


Рис. 4. ARC-прототип ФВЧ второго порядка:  
а – принципиальная схема; б – таблица включения элементов  
между узлами схемы на рис. 2б

Исходные матрицы имеют вид

$$\mathbf{D}_{\text{CM}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}; \mathbf{D} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}; \mathbf{D}_{\text{G}} = [\mathbf{d}_{\text{G}} : \mathbf{D}_{\text{GM}} : \mathbf{D}_{\text{GN}}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{d}_{\text{C}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Находим значения матриц

$$\mathbf{D}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}; \mathbf{M} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

По формуле (2)

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \mathbf{M}(\mathbf{U}_{\text{C}} - \mathbf{d}_{\text{C}}E) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} U_{C1} \\ U_{C2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E \right) = \begin{bmatrix} E - U_{C1} \\ E - U_{C1} - U_{C2} \\ E - U_{C1} - U_{C2} \end{bmatrix},$$

в чем легко убедиться, непосредственно анализируя схему на рис. 4а.

При использовании SC-схем замещения резисторов первого вида по формуле (1)

$$\mathbf{D}_1^S = Ed(\mathbf{D}_G) = Ed\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D}_1^L = Ed(-\mathbf{D}_G) = Ed\left(\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Следовательно,

$$\mathbf{d}_E^S = \mathbf{d}_E^L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{D}_\Phi^S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{D}_\Phi^L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{D}_M^S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{D}_M^L = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Определяем значения вспомогательных матриц

$$\mathbf{B}^+ = (\mathbf{D}_{CM}^T)^{-1}(\mathbf{D}_M^S)^T = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \mathbf{B}^- = (\mathbf{D}_{CM}^T)^{-1}(\mathbf{D}_M^L)^T = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{P}^+ = \mathbf{D}_\Phi^S \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}; \mathbf{P}^- = \mathbf{D}_\Phi^L \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Последовательно находим значения матриц и векторов, входящих в формулу(9)

$$\mathbf{L}_0 = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}^- = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{L}_1 = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}^+ = \begin{bmatrix} C_1^{-1} & 0 \\ 0 & C_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_1^{-1} & -C_1^{-1} \\ 0 & -C_2^{-1} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{C}' \mathbf{P}^+ = \begin{bmatrix} C_1' & 0 \\ 0 & C_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_1' & 0 \\ -C_2' & -C_2' \end{bmatrix}; \mathbf{R}_0 = \mathbf{C}' \mathbf{P}^- = \begin{bmatrix} C_1' & 0 \\ 0 & C_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_1' & -C_1' \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{F}_{10} = \mathbf{L}_1 \mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} -C_1^{-1} & -C_1^{-1} \\ 0 & -C_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -C_1' & -C_1' \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1' C_1^{-1} & C_1' C_1^{-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}_{11} = \mathbf{L}_1 \mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} -C_1^{-1} & -C_1^{-1} \\ 0 & -C_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -C_1' & 0 \\ -C_2' & -C_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (C_1' + C_2') C_1^{-1} & C_2' C_1^{-1} \\ C_2' C_2^{-1} & C_2' C_2^{-1} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}_{00} = \mathbf{F}_{01} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{f}_{00} = \mathbf{L}_0 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^L - \mathbf{F}_{00} \mathbf{d}_C; \mathbf{f}_{01} = \mathbf{L}_0 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^S - \mathbf{F}_{01} \mathbf{d}_C; \mathbf{f}_{11} = \mathbf{L}_1 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^S - \mathbf{F}_{11} \mathbf{d}_C; \mathbf{f}_{10} = \mathbf{L}_1 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^L - \mathbf{F}_{10} \mathbf{d}_C,$$

$$\mathbf{f}_{00} = \mathbf{f}_{01} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{f}_{10} = -\mathbf{F}_{10} \mathbf{d}_C = -\begin{bmatrix} C_1' C_1^{-1} & C_1' C_1^{-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -C_1' C_1^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{f}_{11} = -\mathbf{F}_{11} \mathbf{d}_C = -\begin{bmatrix} (C_1' + C_2') C_1^{-1} & C_2' C_1^{-1} \\ C_2' C_2^{-1} & C_2' C_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} (C_1' + C_2') C_1^{-1} \\ C_2' C_2^{-1} \end{bmatrix}.$$

Системы разностных уравнений (9) приобретает вид

$$\mathbf{U}_{k+0.5} = \mathbf{U}_k;$$

$$\mathbf{U}_{k+1} = -(\mathbf{I} + \mathbf{F}_{11})^{-1} \mathbf{f}_{11} E_{k+1} + (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{11})^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{10}) \mathbf{U}_{k+0.5} + (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{11})^{-1} \mathbf{f}_{10} E_{k+0.5}.$$

Определим значение векторного коэффициента при  $E_{k+1}$



$$-(\mathbf{I} + \mathbf{F}_{11})^{-1} \mathbf{f}_{11} = \left\| \begin{matrix} 1 + (C'_1 + C'_2)C_1^{-1} & C'_2 C_1^{-1} \\ C'_2 C_2^{-1} & 1 + C'_2 C_2^{-1} \end{matrix} \right\|^{-1} = \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C'_1)(C_2 + C'_2) + C_2 C'_2} \times$$

$$\times \left\| \begin{matrix} 1 + C'_2 C_2^{-1} & -C'_2 C_1^{-1} \\ -C'_2 C_2^{-1} & 1 + (C'_1 + C'_2)C_1^{-1} \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} (C'_1 + C'_2)C_1^{-1} \\ C'_2 C_2^{-1} \end{matrix} \right\| = \frac{1}{(C_1 + C'_1)(C_2 + C'_2) + C_2 C'_2} \left\| \begin{matrix} C'_1 C'_2 + C_2 (C'_1 + C'_2) \\ C_1 C'_2 \end{matrix} \right\|.$$

Аналогічно знаходяться інші значення матричних і векторних коефіцієнтів.

### Выводы

1. Установлена аналітична зв'язок між топологічною матрицею включення резистивних елементів ARC-прототипу і топологічними матрицями включення перемикаються конденсаторів основних конденсаторно-ключевих еквівалентів резисторів для обох фаз SC-цепі, що дозволяє аналізувати цепі з перемикаються конденсаторами на основі таблиці включення елементів ARC-прототипу.

2. Розроблено формалізований математичний апарат формування різностних рівнянь SC-цепі на основі таблиці включення елементів ARC-прототипу, що дозволяє зменшити розмірність моделі аналізованої SC-цепі до числа конденсаторів прототипу.

### Литература

1. Артеменко М.Е., Рыбин А.И., Кумсия М.С. Компактный модифицированный метод припасовывания для параметрического синтеза SC-фильтров на основе ARC-аналогов// *Электроника и связь*. – 2011. Темат. вып. *Электроника и нанотехнологии*. – №2. – С.42 – 52.
2. Артеменко М.Е., Рыбин А. И., Кумсия М. Условия применимости компактного модифицированного метода припасовывания для параметрического синтеза цепей с перемикающимися конденсаторами// *Вісник Національного технічного університету України "КПІ". Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування*. 2011. – №44. – С.30 – 38.
3. Достал Т. Цепи с перемикаемыми конденсаторами// *Радиоэлектроника (Изв. высш. учеб. заведений)*. – 1992.-№1. – С.14 –26.
4. Достал Т., Рибін О.І., Трохименко Я.К. Проектування фільтрів з ємностями, що перемикаються. – Київ: Ін-т системних досліджень МОН України, 1993. –280 с.

*Артеменко М.Ю., Рибін О.І., Кумсія М.С. Аналіз лінійно-параметричних кіл з конденсаторами, що перемикаються, компактною модифікованим методом припасовування. Встановлений аналітичний зв'язок між топологічною матрицею вмикання резистивних елементів ARC-прототипу та топологічними матрицями вмикання конденсаторів, що перемикаються, основних конденсаторно-ключевих еквівалентів резисторів для обох фаз SC-кола, це дозволяє аналізувати кола з конденсаторами, що перемикаються, на основі таблиці вмикання елементів ARC-прототипу. Розроблений формалізований математичний апарат формування різницевих рівнянь SC-кола на основі таблиці вмикання елементів ARC-прототипу, який дозволяє зменшити розмірність моделі SC-кола, що аналізується, до числа конденсаторів прототипу.*

**Ключові слова:** компактний модифікований метод припасовування, аналіз кіл з конденсаторами, що перемикаються.

Артеменко М.Е., Рыбин А.И., Кумсия М.С. Анализ линейно-параметрических цепей с переключающимися конденсаторами компактным модифицированным методом припасовывания. Установлена аналитическая связь между топологической матрицей включения резистивных элементов ARC-прототипа и топологическими матрицами включения переключающихся конденсаторов основных конденсаторно-ключевых эквивалентов резисторов для обеих фаз SC-цепи, что позволяет анализировать цепи с переключающимися конденсаторами на основе таблицы включения элементов ARC-прототипа. Разработан формализованный математический аппарат формирования разностных уравнений SC-цепи на основе таблицы включения элементов ARC-прототипа, позволяющий понизить размерность модели анализируемой SC-цепи до числа конденсаторов прототипа.

**Ключевые слова:** компактный модифицированный метод припасовывания, анализ цепей с переключающимися конденсаторами.

Artemenko M.Yu., Rybin A.I., Qumsiya M.S. The analysis of linear parametric circuits with switched capacitors by compact modified method of curve fitting. The analytical connections between the topological resistive element's connection matrix of ARC-prototype and the topological switched capacitor's connection matrices of resistor's switch-capacitor equivalents for both phases of SC-circuits were established that permits to analyze a switched-capacitor networks on the base of element's connection matrix of ARC-prototype. The formal mathematical apparatus of forming the SC-circuits' difference equations based on element's connection matrix of ARC-prototype was developed which allows to reduce the dimension of the analyzed model of SC-circuits to the number of prototype's capacitors.

**Keywords:** compact modified method of curve fitting, analysis of switched-capacitor networks.